

螺栓被连接件刚度理论的计算方法

杨国庆^{1,2}, 王飞¹, 洪军¹, 朱林波¹

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 湖南科技大学机械工程学院, 411201, 湖南湘潭)

摘要: 为了更准确地计算螺栓被连接件的刚度, 引入了假设垂直螺栓轴线的受压层在径向位置压应力的 4 次关系式, 推导了被连接件刚度的计算公式. 结合有限元分析及插值计算方法, 获得了不同材料、不同尺寸所对应被连接件的刚度, 反算出了相应的半顶角, 进而拟合出了半顶角的解析式. 同时, 采用 I-Scan 压力测量系统测得了被连接件结合面的压力分布数据, 得到了实际的半顶角. 实验结果表明, 半顶角解析解的误差小于 2° , 与有限元分析结果相比, 被连接件刚度的计算误差小于 6%, 因此所推公式可准确地计算被连接件的刚度.

关键词: 被连接件; 刚度; 有限元分析; 半顶角

中图分类号: TH123 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)07-0050-07

Theoretical Analysis for Bolted Member Stiffness

YANG Guoqing^{1,2}, WANG Fei¹, HONG Jun¹, ZHU Linbo¹

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. College of Electromechanical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China)

Abstract: In order to accurately compute the axial stiffness of bolted members, the compressive stress of each compressive section perpendicular to the bolt axis is assumed as a quartic equation of the radial size. Following this assumption, new formulas for member stiffness are derived. Finite element analysis and its interpolation algorithms are conducted to calculate the stiffness of members with different materials and geometrical sizes. The obtained member stiffness is used to inversely calculate the corresponding semi-apex angle. Moreover, the real semi-apex angle is obtained from the contact pressure data of the member interface which is measured with the I-Scan system. The experimental results show good coincidence with the analytical semi-apex angles, and the corresponding error is within 2° . On the basis of the above derived formulas for the semi-apex angle and the member stiffness, the axial stiffness is calculated for bolted members with different materials and geometrical sizes. Compared with the finite element analysis, the errors of obtained member stiffness get less than 6%, so the member stiffness can be accurately calculated with the proposed method.

Keywords: bolted member; member stiffness; finite element analysis; semi-apex angle

由于螺栓与被连接件的刚度会直接影响螺栓连接界面装配过程中夹紧力的形成, 及不同工况下的保持与衰退过程, 因此导致了连接界面性能的变化. 在理论计算方面, Bickford 把被连接件的压应力分

布区域等效为空心圆柱体、圆锥体与球体等形状, 为被连接件刚度的计算提供了途径^[1]. Bach 等假设垂直轴截面方向的压应力均匀分布, 其大小随轴向位置变化而变化^[2]. Shigley 等把半顶角作为一个变

收稿日期: 2012-01-12. 作者简介: 杨国庆(1976—), 男, 博士生; 洪军(通信作者), 男, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50935006).

网络出版时间: 2012-04-16

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20120416.1733.011.html>

量,通过计算任意垂直轴截面的轴向变形微分式,并沿着轴向积分,获得了被连接件刚度的计算公式.通过忽略间隙与螺栓头或螺帽支承面直径变化对刚度的影响,先后取 45° 与 30° 的半顶角实现了被连接件刚度的简化计算^[2],但该方法只能获得粗略的刚度值.在任意垂直轴截面压应力分布的假设中,半顶角只是一个假设的角度,无法通过实验获得,因此只能通过仿真反求得出.

德国工程师协会(VDI)对被连接件的刚度计算公式^[3]进行了反复修订,并在考虑被连接件总厚度、直径等尺寸因素的基础上推导了半顶角计算公式,但忽略了厚度比、被连接件材料特性对半顶角的影响,因此仅适用于对相同材料的上、下被连接件总刚度的计算. Nassar 等^[4]在被连接件压应力锥体分布的基础上,假设在被连接件受压层径向位置的压应力满足径向尺寸的 4 次关系式,因此更接近真实压应力的分布情况.采用 36° 的半顶角来计算不同被连接件的刚度时,会导致被连接件刚度的误差达 10% 以上,因此在被连接件刚度的有限元分析计算方面, Sethuraman 等^[5]把螺栓头或螺母支承面简化为刚性结合面和软结合面,并分别施加了均匀轴向位移和压力,获得了同材质等厚度被连接件的刚度范围.

本文采用压应力被连接件锥体分布与垂直轴截面均匀分布等假设^[6],由刚度反求半顶角,结果发现半顶角与被连接件的总厚度、厚度比与材料等参数有密切的关系.由于被连接件刚度计算的理论解析模型还存在较大的局限性,其主要根据被连接件受压层压应力均匀分布的假设与半顶角来计算被连接件的刚度,因此该假设使得半顶角无法通过实验直接获得,只能由仿真或实验所得刚度反求得到.

1 被连接件刚度理论解析模型的构建

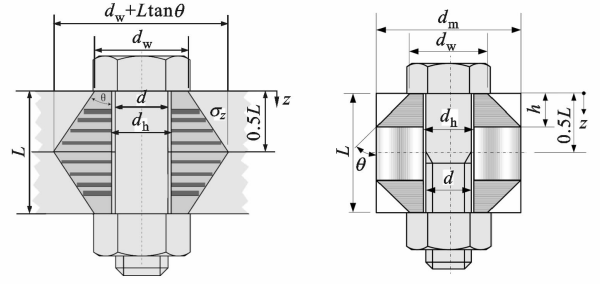
1.1 受压层压应力均匀分布解析模型

假设被连接件的压应力分布为圆锥体与圆柱体相结合的形状,如图 1 所示.设半顶角为 θ ,压应力在受压层均匀分布,由虎克定理得到

$$\sigma_z = \frac{F}{A(z)E_0}; \quad \epsilon = \frac{\sigma_z}{E_0}; \quad d\delta = \epsilon dz = \frac{Fdz}{A(z)E_0}$$

$$E_1 = E_2 = E_0 \quad (1)$$

式中: F 为预紧力; E_1 、 E_2 分别为上、下被连接件的弹性模量; σ_z 为轴向(z 向)应力; $A(z)$ 为被连接件区域受压层的面积; ϵ 为被连接件区域受压层的轴向等效应变; δ 为轴向的等效总变形量.



(a)圆锥体分布 (b)圆柱体与圆锥体分布

d :螺栓公称直径; d_h :螺栓孔直径; d_w :垫片支承面直径;

θ :半顶角; d_m :被连接件的外部直径; L :被连接

件总厚度; h :受压锥体区域的高度

图 1 被连接件压应力分布假设

沿螺栓轴向对式(1)进行积分,则可以获得 δ .当两被连接件的材料与厚度相同,且已知 θ 时,可以根据图 1 的假设计算被连接件的刚度.

当 $d_h < d_m \leq d_w$ 时,无论上、下被连接件的材料是否相同,被连接件均可以简化为受压管或梁.采用轴截面压应力圆柱体均匀分布的假设,得到

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{4FL(E_2 + E_1)}{\pi E_2 E_1 (d_m^2 - d_h^2)} \\ K &= \frac{F}{\delta} = \frac{\pi E_2 E_1 (d_m^2 - d_h^2)}{4L(E_2 + E_1)} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: K 为刚度.当 $d_w < d_m \leq L \tan \theta + d_w$ 时,压应力区域的形状为圆锥体与圆柱体分布相结合,根据受压层压应力均匀分布的假设,得到

$$A(z) = \begin{cases} \pi[(z \tan \theta + d_w/2)^2 - d_h^2/4], & 0 < z \leq h \\ \pi(d_m^2 - d_h^2)/4, & h < z \leq 0.5L \end{cases}$$

$$h = 0.5(d_m - d_w)/\tan \theta$$

$$K = \frac{F}{\delta} = \pi E_0 \tan \theta /$$

$$\left[\frac{2}{d_h} \ln \left(\frac{d_w + d_h}{d_w - d_h} \frac{d_m - d_h}{d_m + d_h} \right) + \frac{4(L \tan \theta - d_m + d_w)}{d_m^2 - d_h^2} \right] \quad (3)$$

$$\delta = 2 \int_0^{L/2} d\delta = 2 \left(\int_0^h \frac{Fdz}{E_0 A(z)} + \int_h^{0.5L} \frac{Fdz}{E_0 A(z)} \right)$$

当 $d_m \geq L \tan \theta + d_w$ 时,采用压应力圆锥体分布假设可以获得

$$A(z) = \pi \left[\left(z \tan \theta + \frac{d_w}{2} \right)^2 - \frac{d_h^2}{4} \right]$$

$$K = \frac{F}{\delta} = \pi E_0 d_h \tan \theta /$$

$$\left[2 \ln \left(\frac{(d_w + L \tan \theta - d_h)(d_w + d_h)}{(d_w + L \tan \theta + d_h)(d_w - d_h)} \right) \right] \quad (4)$$

$$\delta = 2 \int_0^{L/2} d\delta = 2 \int_0^{L/2} \frac{F dz}{A(z) E_0}$$

由于弹性模量、泊松比等材料特征的变化也会导致 θ 发生变化, 因此对于不同材料、尺寸的被连接件采用相同 θ 计算, 会影响被连接件刚度的计算精度. 对于任意受压层压应力的均匀性假设, 由于实际受压区域要大于 θ 所包含的区域, 所用的 θ 不能准确估计被连接件结合面上的最大接触半径, 通过实验方法也无法准确获得 θ 的大小, 因此需要通过有限元分析提取被连接件刚度, 并通过式(4)反求获得 θ . 被连接件计算除满足 $d_h < d_m \leq d_w$ 外, 还要适用于相同材料与厚度的上、下被连接件刚度的计算, 在忽略结合面因素的影响后, 可以拓展到对相同材料不同厚度的被连接件刚度的计算.

1.2 受压层压应力非均匀分布解析模型

假设被连接件的压应力分布为圆柱体与圆锥体形状相结合, 在任意受压层内, 压应力为径向尺寸 4 次关系式, 同时忽略被连接件结合面对轴截面压应力分布形状的影响, 即垂直轴截面的压应力的最大作用区域在被连接件的中截面. 如图 2 所示, 压应力曲线在孔的边缘处的导数为 $\sigma'_{z1} = 0$, 在最大径向接触位置点 2 处, 压应力 $\sigma_{z2} = 0, \sigma'_{z2} = 0, \sigma''_{z2} = 0$, 考虑轴对称特性, 设压应力的 4 次曲线为

$$\sigma_z = c_1 r^4 + c_2 r^3 + c_3 r^2 + c_4 r + c_5 \quad (5)$$

式中: $c_1 \sim c_5$ 为常数; r 为受压层的半径.

令 d_2 为垂直轴截面压应力分布的最大直径, 对应的半径为 r_2 , 由式(5)与图 2 给出的条件可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial r} &= 4c_1 r^3 + 3c_2 r^2 + 2c_3 r + c_4 \Big|_{r=d_h/2} = 0 \\ \sigma_z &= c_1 r^4 + c_2 r^3 + c_3 r^2 + c_4 r + c_5 \Big|_{r=r_2} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial r} &= 4c_1 r^3 + 3c_2 r^2 + 2c_3 r + c_4 \Big|_{r=r_2} = 0 \\ \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial r^2} &= 12c_1 r^2 + 6c_2 r + 2c_3 \Big|_{r=r_2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据螺栓轴向载荷的平衡关系, 在与轴线垂直的截面上对 σ_z 沿轴向进行积分, 可以获得

$$F = \begin{cases} \int_{0.5d_h}^{r_2} 2\pi r \sigma_z dr, & d_m \geq d_w + L \tan \theta \\ \int_{0.5d_h}^{D_0} 2\pi r \sigma_z dr, & d_w < d_m \leq d_w + L \tan \theta \end{cases} \quad (7)$$

在沿轴线任意截面处的接触半径为

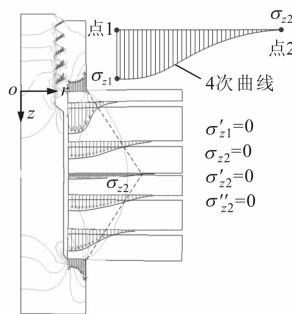


图2 被连接件压应力分布的假设

$$r_2 = 0.5d_c = 0.5d_w + z \tan \theta \quad (8)$$

根据式(6)~式(8), 可以解得 $d_m > d_w + L \tan \theta$ 或 $d_w < d_m \leq d_w + L \tan \theta$ 时相应的 $c_1 \sim c_5$. 根据式(5), 结合应力与应变关系, 可获得任意受压层的轴向平均应变

$$d\bar{\epsilon} = \frac{d\delta}{dz} = \frac{1}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_0} dr \quad (9)$$

对式(9)沿 z 向进行积分, 则可以获得被连接件轴向的等效总变形量. 根据虎克定律, 获得上、下被连接件的总刚度, 刚度分别为 K, K_1, K_2 , 且满足

$$\begin{aligned} K_1 &= F/\delta_1; \quad K_2 = F/\delta_2; \\ K &= F/\delta = K_1 K_2 / (K_1 + K_2) \end{aligned} \quad (10)$$

式中: δ_1, δ_2 分别为上、下被连接件的轴向变形量.

若被连接件的厚度比 R 满足 $R \leq 1$, 则由 R 可得上、下被连接件的厚度分别为 $h_1 = L/(R+1)$, $h_2 = RL/(R+1)$. 当 $d_w < d_m \leq d_w + 2h_1 \tan \theta$ 时, 可得

$$\begin{aligned} \delta &= \sum_{n=1}^2 \delta_n = \sum_{n=1}^2 \int_0^h \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_n} dr + \\ &\quad \sum_{n=1}^2 \int_h^{t_1} \frac{dz}{0.5d_m - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{0.5D_0} \frac{\sigma_z}{E_n} dr + \\ &\quad 2 \int_{t_1}^{0.5L} \frac{dz}{0.5d_m - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{0.5D_0} \frac{\sigma_z}{E_2} dr \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{F}{\delta} = \left[\sum_{n=1}^2 \frac{4(d_w + 2t_1 \tan \theta - d_m)}{\pi E_n \tan \theta ((d_m + 3d_h)(d_m - d_h))} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{n=1}^2 \frac{E_n}{\pi d_h E_1 E_2 \tan \theta} \ln \left(\frac{d_m - d_h}{d_m + 3d_h} \frac{d_w + 3d_h}{d_w - d_h} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

当 $d_w + 2t_1 \tan \theta < d_m \leq d_w + L \tan \theta$ 时, 可得

$$\begin{aligned} \delta &= \sum_{n=1}^2 \int_0^{t_1} \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_n} dr + \\ &\quad 2 \int_{t_1}^h \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_2} dr + \\ &\quad 2 \int_h^{0.5L} \frac{dz}{d_m - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_2} dr \end{aligned} \quad (13)$$

$$K = \pi E_1 E_2 \tan \theta \left[\frac{8 E_1 (L \tan \theta + d_w - d_m)}{(d_m + 3 d_h)(d_m - d_h)} + \sum_{n=1}^2 \frac{E_n}{d_h} \left(\ln \left(\frac{d_w + 3 d_h}{d_w - d_h} \right) + \ln \left(\frac{2 t_1 \tan \theta + d_w - d_h}{2 t_1 \tan \theta + d_w + 3 d_h} \right) \right) - \frac{2 E_1}{d_h} \ln \left(\frac{d_m + 3 d_h}{d_m - d_h} \frac{2 t_1 \tan \theta + d_w - d_h}{2 t_1 \tan \theta + d_w + 3 d_h} \right) \right]^{-1} \quad (14)$$

当 $d_m > d_w + L \tan \theta$ 时,可得

$$\delta = \sum_{n=1}^2 \delta_n = \int_0^{0.5L} \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_2} dr + \int_{t_1}^{t_2} \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_1} dr + \int_{t_1}^{0.5L} \frac{dz}{r_2 - 0.5d_h} \int_{0.5d_h}^{r_2} \frac{\sigma_z}{E_2} dr \quad (15)$$
$$K = \frac{F}{\delta} =$$

$$\pi d_h E_1 E_2 \tan \theta \left[E_1 \ln \left(\frac{2 h_1 \tan \theta + d_w + 3 d_h}{2 h_1 \tan \theta + d_w - d_h} \right) + E_1 \ln \left(\frac{d_w + 3 d_h}{d_w - d_h} \right) + 2 E_1 \ln \left(\frac{L \tan \theta + d_w - d_h}{L \tan \theta + d_w + 3 d_h} \right) + E_2 \ln \left(\frac{d_w + 3 d_h}{d_w - d_h} \frac{2 h_1 \tan \theta + d_w - d_h}{2 h_1 \tan \theta + d_w + 3 d_h} \right) \right]^{-1} \quad (16)$$

若两被连接件的材料与厚度相同,则 $E_1 = E_2 = E_0$, $t_1 = L/2$,式(12)、式(14)、式(16)可以进一步简化为

$$K = \begin{cases} \pi d_h E_0 \tan \theta \left[2 \ln \left(\frac{d_w + 3 d_h}{d_w - d_h} \frac{d_w + L \tan \theta - d_h}{d_w + L \tan \theta + 3 d_h} \right) \right]^{-1}, & d_m > L \tan \theta + d_w \\ \pi d_h E_0 \tan \theta \left[2 \ln \left(\frac{d_w + 3 d_h}{d_m + 3 d_h} \frac{d_m - d_h}{d_w - d_h} \right) + \frac{8 (L \tan \theta - d_m + d_w)}{(d_m + 3 d_h)(d_m - d_h)} \right]^{-1}, & d_w < d_m \leq L \tan \theta + d_w \end{cases} \quad (17)$$

2 被连接件刚度的准确计算

2.1 被连接件刚度的有限元分析

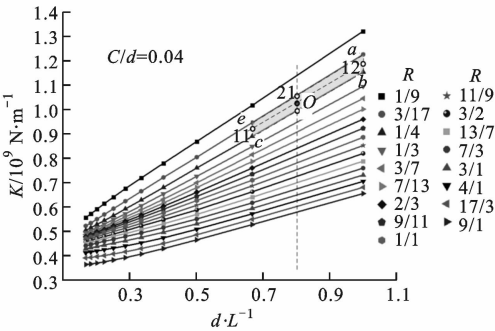
对采用文献[6]构建的螺栓连接轴对称有限元模型进行了大量的仿真实验.在假设被连接件径向尺寸 $d_m \gg d_w$ 的情况下,对系列型号螺栓(M6~M24)的被连接件刚度进行了分析,发现相同归一化尺寸(相对总厚度 L/d 、厚度比 R 、相对间隙 C/d 、相对支承面直径 d_w/d 与相对倒角、导圆角等)对应的被连接件归一化刚度 $K(E_c d)^{-1}$ (E_c 为等效弹性模量[6])不受螺栓直径的影响,即在相同材料组合与归一化尺寸情况下的被连接件的刚度与螺栓的公称直径成正比.同时,分析了 M6 对应的不同归一化尺寸

与典型上、下被连接件材料(Al-Al,CI-CI,St-St,Al-CI,Al-St,St-Al,St-CI,CI 为铸铁)的组合对被连接件刚度的影响规律.图 3 所示曲线反映了相同归一化间隙、典型材料组合的被连接件刚度与 L/d (或 d/L)、 R 的关系.图 4 反映了当 $R=1$ 时,典型材料组合的被连接件刚度与 L/d 、 C/d 的关系.

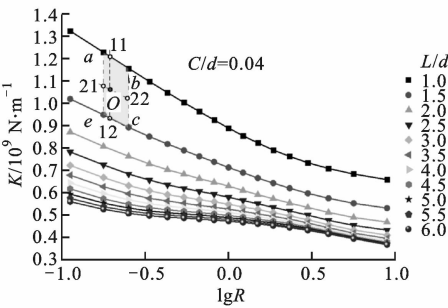
2.2 被连接件刚度的插值计算

通过分析不同材料、不同尺寸的组合,即 M6~M24、 $L=(1\sim6)d$ 、 $h_1=(0.1\sim0.9)L$ 、 $C=0.04d$ 或 $C=0.125d$ 对被连接件刚度的影响规律,获得了典型材料组合对应被连接件刚度与归一化尺寸之间的关系为:①在同一材料组合、相同归一化尺寸的条件下,被连接件的刚度与 d 成正比;②在同一材料组合、螺栓公称直径、厚度比、相对间隙的情况下,任意相邻三点内被连接件刚度与 d/L 成线性关系,如图 3a 所示;③在同一材料组合、螺栓公称直径、总厚度、间隙的情况下,任意相邻三点内被连接件刚度与 $\lg R$ 成线性关系,如图 3b 所示;④在同一材料组合、相同螺栓公称直径、厚度比与总厚度,被连接件刚度与 C/d 成线性关系,如图 4 所示.

根据以上线性关系,可以实现任意相邻两点内或相邻两点外对应被连接件刚度的插值运算.例如:计算 M6~M24, Al-St, $d/L=0.8$, $R=0.2$, $C/d=$



(a)不同 R 对应 K 与 d/L 的关系

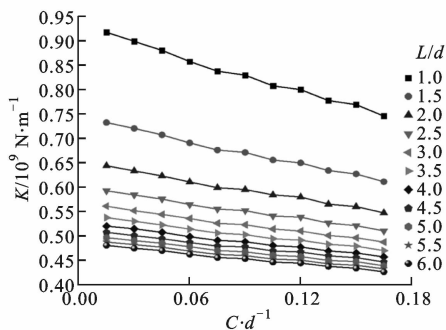


(b)不同 L/d 对应 K 与 $\lg R$ 的关系

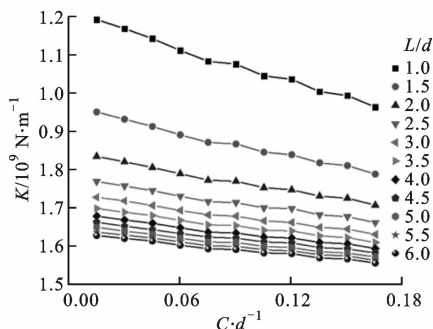
a、b、c、e:对应刚度的点;11、12、21、22:插值点;

O:待求刚度的点

图 3 K 与 L/d 、 R 的关系



(a) Al-St



(b) St-CI

图4 K与L/d、C/d的关系

0.04, 0.125 或 $0.04 < C/d < 0.165$. 如图 3a 所示, 对应的坐标点在 $abce$ 所围区域内, 其中 a 、 b 、 c 、 e 点对应的刚度分别为 1.227、1.155、0.891 和 0.948 GN/m.

根据关系②, 可以获得如图 3a 所示的点 21、22 所对应的被连接件刚度为

$$K_{21} = \frac{(K_a - K_e)(0.8 - 0.667)}{1 - 0.667} +$$

$$K_e = 1.059 \text{ GN/m}$$

$$K_{22} = \frac{(K_b - K_c)(0.8 - 0.667)}{1 - 0.667} +$$

$$K_c = 0.997 \text{ GN/m}$$

式中: K_a 、 K_b 、 K_c 、 K_e 分别为由 a 、 b 、 c 、 e 点对应的刚度. 根据关系③, 获得图 3b 所示 O 点 ($d/L=0.8$, $R=0.2$, $C/d=0.04$) 的刚度为

$$K_O = \frac{(K_{21} - K_{22})(\lg 0.2 - \lg 0.25)}{\lg 0.176 - \lg 0.25} +$$

$$K_{22} = 1.037 \text{ GN/m}$$

采用同样的方法, 也可以获得 O' 点 ($d/L=0.8$, $R=0.2$, $C/d=0.125$) 对应的刚度 $K_{O'}=0.926 \text{ GN/m}$.

根据关系④, 可以获得 $d/L=0.8$, $R=0.2$, 不同 C/d 对应点的刚度

$$K_{M6} = \frac{(K_O - K_{O'})(C/d - 0.125)}{0.04 - 0.125} + K_{O'}$$

根据关系①, 可以获得 $d/L=0.8$, $R=0.2$, 不同 C/d 与不同 d 对应的刚度 $K_{md}=dK_{M6}/6$. 由已有的仿真数据, 结合线性插值方法可以准确获得典型材料、不同尺寸组合所对应被连接件的刚度.

3 压应力非均压分布解析计算模型

表 1 列出了 M6 螺栓、被连接件的不同材料、不同尺寸组合所对应刚度 K_{FEA} 的有限元分析结果, 根据新的理论解析模型反求出 θ , 并给出了各种情况下被连接件半顶角的推荐角 θ' . 由表 1 获得的 θ 表现出的规律为: 当 $L=d$ 时, θ 约等于 30° , 随着总厚度增加到 $6d$ 时, θ 达到 37° 左右; 在相同 d/L 、 R 的情况下, $C/d(0.04 \sim 0.125)$ 导致 θ 的误差为 $1^\circ \sim 2^\circ$; 随着 d/L 的增大, 对 θ 的影响也不断增大, θ 的误差高达 2° ; 随着 L/d 的增大, Al-Al、CI-CI、St-St、Al-CI、Al-St、St-Al、St-CI 等典型材料的组合对 θ 的影响减小.

考虑到 θ 对刚度计算精度的影响, 对于具有不同材料组合与相同归一化尺寸的被连接件, 推荐一个角度, 其忽略了因材料特性导致的 θ 对刚度误差的影响. 根据 TableCurve 拟合工具, 推荐角采用下式计算

$$\theta' = a_1 \frac{\ln(L/d)}{\ln(R+1/R+1)} + a_2(C/d) +$$

$$a_3 \ln(L/d) + a_4 \ln(R+1/R-1) + a_5 \quad (18)$$

式中: $a_1 \sim a_5$ 为角度系数. 根据线性回归算法, 获得的 $a_1=2.5^\circ$, $a_2=-14^\circ$, $a_3=2^\circ$, $a_4=-0.2^\circ$, $a_5=30^\circ$. 结合式(17), 由式(18)确定的 θ 可以扩展到对不同材料(理论计算模型考虑了不同的弹性模量)、不同尺寸的组合(任意 d_m/d , d_w/d , d_h/d)所对应被连接件刚度的计算.

表 2 给出了 K_{FEA} 、理论解析解刚度 K_A 和 θ 的分析结果. K_A 相对于 K_{FEA} 的最大相对误差为 5.31%, 这是在 θ 的计算中因忽略了被连接件的材料因素(弹性模量、泊松比等)所导致的. 本文所构建的刚度解析模型与有限元分析结果的相对误差小于 6%, 低于文献[4]的相应值, 可实现不同材料组合下被连接件刚度的准确计算.

4 实验测量

4.1 实验设计

实验采用强度等级为 8.8 级的螺栓 M12, 以及

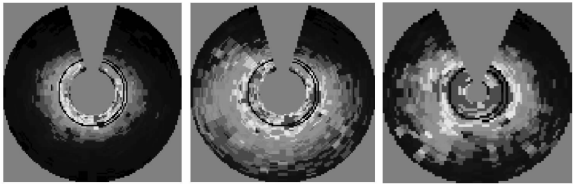
表 1 不同尺寸、材料组合对应的被连接件刚度及半顶角

L/d	R	C/d	$K_{\text{FEA}}/10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$					$\theta/(^\circ)$					$\theta'/(^\circ)$
			Al-Al	St-St	CI-CI	Al-St	St-CI	Al-Al	St-St	CI-CI	Al-St	St-CI	
1	1.00	0.040	0.604	1.603	0.897	0.888	1.152	33.1	29.0	30.1	32.8	29.8	30
3	1.00	0.040	0.372	0.988	0.550	0.546	0.709	36.1	33.6	34.1	35.8	34.0	34
6	1.00	0.040	0.322	0.859	0.477	0.471	0.614	38.6	36.6	37.0	38.3	36.9	37
1	1.00	0.125	0.542	1.425	0.799	0.793	1.026	31.4	27.1	28.3	30.8	28.0	28
3	1.00	0.125	0.345	0.915	0.511	0.506	0.658	35.1	32.5	33.1	34.7	33.1	33
6	1.00	0.125	0.301	0.804	0.448	0.441	0.576	37.6	35.7	36.1	37.3	36.0	36
1	0.25	0.040	0.603	1.598	0.893	1.155	0.997	32.9	28.7	29.8	33.3	29.0	30
3	0.25	0.040	0.359	0.951	0.531	0.630	0.622	34.5	31.9	32.5	34.0	32.5	32
6	0.25	0.040	0.309	0.823	0.458	0.505	0.557	37.0	35.0	35.4	36.0	36.0	36
1	0.25	0.125	0.541	1.423	0.800	1.024	0.893	31.3	27.0	28.3	31.1	27.5	28
3	0.25	0.125	0.333	0.880	0.492	0.577	0.579	33.5	31.0	31.6	32.7	31.7	32
6	0.25	0.125	0.289	0.773	0.430	0.471	0.524	36.1	34.2	34.7	35.1	35.1	35
1	0.10	0.125	0.540	1.424	0.798	1.189	0.844	31.3	27.0	28.2	29.7	27.7	28
3	0.10	0.125	0.331	0.872	0.488	0.672	0.532	33.2	30.5	31.2	32.4	31.0	31
6	0.10	0.125	0.280	0.744	0.415	0.522	0.472	34.9	33.0	33.4	33.8	33.7	33

表 2 不同尺寸、材料组合对应的被连接件刚度的理论解析解与有限元分析结果的对比

L/d	R	C/d	$K_{\text{FEA}}/10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$					$\theta'/(^\circ)$	$K_{\text{A}}/10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$					刚度相对 误差/%
			Al-Al	St-St	CI-CI	Al-St	St-CI		Al-Al	St-St	CI-CI	Al-St	St-CI	
1	1.00	0.040	0.604	1.603	0.897	0.888	1.152	29.4	0.573	1.613	0.887	0.845	1.145	5.13
3	1.00	0.040	0.372	0.988	0.550	0.546	0.709	34.1	0.356	1.002	0.551	0.523	0.710	4.30
6	1.00	0.040	0.322	0.859	0.477	0.471	0.614	37.1	0.309	0.871	0.479	0.457	0.618	4.04
1	1.00	0.125	0.542	1.425	0.799	0.793	1.026	28.3	0.516	1.453	0.799	0.762	1.031	4.80
3	1.00	0.125	0.345	0.915	0.511	0.506	0.658	32.9	0.328	0.923	0.508	0.484	0.655	4.93
6	1.00	0.125	0.301	0.804	0.448	0.441	0.576	35.9	0.288	0.810	0.445	0.424	0.575	4.32
1	0.25	0.040	0.603	1.598	0.893	1.155	0.997	29.2	0.571	1.609	0.885	1.098	1.000	5.31
3	0.25	0.040	0.359	0.951	0.531	0.630	0.622	33.1	0.348	0.979	0.538	0.619	0.629	3.06
6	0.25	0.040	0.309	0.823	0.458	0.505	0.557	35.5	0.296	0.834	0.459	0.499	0.550	4.21
1	0.25	0.125	0.541	1.423	0.800	1.024	0.893	28.0	0.514	1.447	0.796	0.982	0.901	4.99
3	0.25	0.125	0.333	0.880	0.492	0.577	0.579	31.9	0.320	0.901	0.496	0.567	0.581	3.90
6	0.25	0.125	0.289	0.773	0.430	0.471	0.524	34.3	0.275	0.774	0.426	0.462	0.512	4.84
1	0.10	0.125	0.540	1.424	0.798	1.189	0.844	27.8	0.512	1.442	0.793	1.160	0.844	5.19
3	0.10	0.125	0.331	0.872	0.488	0.672	0.532	31.1	0.314	0.884	0.486	0.653	0.533	5.14
6	0.10	0.125	0.280	0.744	0.415	0.522	0.472	33.3	0.267	0.753	0.414	0.517	0.467	4.64

2 种厚度($h_1 = 10 \text{ mm}$, $h_2 = 20 \text{ mm}$)的被连接件($100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$, $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$),材料为 St-St,弹性模量为 210 GPa、泊松比为 0.3.实验采用 I-Scan 压力实时测量系统来测量被连接件结合面的接触压力分布,测得被连接件结合面的接触区与接触压力的分布如图 5 所示.根据接触区与压力分布的相关数据,可以提取被连接件结合面的接触半径 r_2 ,根据 r_2 与螺栓连接的几何关系可以计算出 θ .



(a) $h_1 = h_2 = 10 \text{ mm}$ (b) $h_1 = 10 \text{ mm}$, (c) $h_1 = h_2 = 20 \text{ mm}$
 $h_2 = 20 \text{ mm}$

图 5 不同厚度的被连接件对应结合面压力的分布

4.2 实验结果

实验采用同种材料、3组厚度组合的被连接件,分别测得被连接件结合面上的压力分布数据,并求出相应的 r_2 和 θ 。考虑到 I-Scan 压力薄膜传感器本身的不完整性,统计后进行扩展,并将每组统计出的 r_2 、 θ 进行数值平均处理,获得平均接触半径 $\bar{r}_2$ 与平均半顶角 $\bar{\theta}$,实验获得的最终结果如表3所示。如表4所示,半顶角的误差在 $0^\circ\sim 2^\circ$ 以内,不仅满足了精度的要求,而且验证了 θ 计算式的有效性。

表3 半顶角与被连接件参数的关系

序号	$h_1, h_2/\text{mm}$	r_2/mm	$\theta/(\text{^\circ})$	$\bar{r}_2/\text{mm}$	$\bar{\theta}/(\text{^\circ})$
1	10,10	13.83	29.1	13.75	28.8
2		13.70	28.6		
3		13.78	28.9		
4		13.73	28.7		
5		13.69	28.5		
6	20,20	21.12	32.8	20.94	32.4
7		21.42	33.4		
8		20.83	32.2		
9		20.89	32.3		
10		20.45	31.4		
13	10,20	14.30	31.1	14.21	30.8
		14.06	30.1		
		14.21	30.8		
		14.07	30.2		
		14.40	31.6		

表4 不同被连接件厚度下半顶角的对比结果

材料	$h_1, h_2/\text{mm}$	$\bar{\theta}/(\text{^\circ})$	$\theta/(\text{^\circ})$	半顶角误差/ $(\text{^\circ})$
St-St	10,10	28.8	27.3	1.5
	20,20	32.4	31.5	0.9
	10,20	30.8	29.5	1.3

5 总 结

本文根据被连接件压应力锥体分布及受压层压应力为径向尺寸的4次关系式等假设,推导了不同材料、不同尺寸的组合所对应被连接件的刚度计算公式,并结合有限元分析、实验与线性回归算法推导了相应半顶角的计算公式,得到如下结论。

(1)与实验结果相比,由式(18)计算得到的半顶

角的误差小于 2° ,不仅真实地反映了接触区域的大小,而且为被连接件刚度的准确计算提供了依据。

(2)本文构建的被连接件刚度解析模型能准确计算不同材料、任意尺寸的组合所对应被连接件的刚度,与有限元分析结果相比,刚度的相对误差小于6%,低于文献[4]的相应值,而产生的误差主要是由于半顶角计算中没有考虑被连接件的材料因素导致的。

参考文献:

[1] ZHU Zhenqi, ZHANG Bi. The bulging of bolted guideways [J]. ASME J Mech Des, 1996, 118(6): 280-285.

[2] WILEMAN J, CHOUDHURY M, GREEN I. Computation of member stiffness in bolted connections[J]. ASME J Mech Des, 1991, 113(12): 432-437.

[3] PEDERSEN N L, PEDERSEN P. On prestress stiffness analysis of bolt-plate contact assemblies[J]. Arch Appl Mech, 2008, 78(2):75-88.

[4] NASSAR S A, ABBOUD A. An improved stiffness model for bolted joints[J]. ASME J Mech Des, 2009, 131(12):1-10.

[5] SETHURAMAN R, KUMAR T S. Finite element based member stiffness evaluation of axisymmetric bolted joints [J]. ASME J Mech Des, 2009, 131(1): 1-11.

[6] YANG Guoqing, HONG Jun, WANG Ning, et al. Member stiffnesses and interface contact characteristics of bolted joints [C]// IEEE ISAM. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 1-6.

[本刊相关文献链接]

螺栓支承面有效半径的影响因素. 2012,46(4):132-136.

轨迹误差建模的多轴联动机床轮廓误差补偿技术. 2012,46(3):47-52.

粗糙机械结合面的接触刚度研究. 2011,45(6):69-74.

多支承轴系轴承受力与刚度的有限元迭代计算方法. 2010, 44(11):41-45.

基于结合面的机床摄动分析及优化设计. 2010,44(1):96-99.

结合面法向动态参数的分形模型. 2009,43(9):91-94.

悬臂梁平面结合面参数的识别技术研究. 2008,42(2):1323-1326.

(编辑 管咏梅)